什么是能量？

作者：维兰·雅克（VILLAIN Jacques），法国格勒诺布尔欧洲原子能中心（Grenoble-CEA）和劳厄-朗之万学院（Laue-Langevin）名誉高级研究员，法国科学院院士。

能源是以各种形式存在的：机械能、势能或者动能、电能、化学能、核能，亦或是热能。能源对所有生物来说都是至关重要的。首先，对于植物来说，它们将太阳能转化为氧气和营养物质，并且作为动物的食物。其中，人类以及他们所使用的机器消耗的能量远比其他动物多的多。而这也恰恰带来了许多问题，尤其是二氧化碳污染、事故风险等。从长远来看，资源终究是会枯竭的。一些人希望能从可再生能源和节约能源中找到解决办法。另一些人则认为，我们必定要大规模使用裂变或聚变的核能。

1. 各种形式的能量

1.1. 能量不会凭空消失，只能相互转化

物理学中的一个重要定理就是能量是守恒的。能量可以多种形式存在，但只能从一种形式转化成另一种形式，既不会凭空产生，也不会消失，这就是**能量守恒定律**。我们将依次讨论**势能**、**动能**、**热能**等形式的能量。

我们先从与力相关的**势能**开始说起（有关介绍，请参见“动力学定律”）。一

个物体在离地高度为h的重力势能（还有一个常数）是该物体从高度h掉落时重量P所做的**功**，记为$W_{pot}=Ph$，重量与质量m成正比，记为$P=mg$，式中的g是**重力加速度**。假如我们来考虑一部电梯，它需要至少mgh的**电能**才能把它提升到更高的楼层。事实上也许还需要更多的能量，这是因为电梯本身运转也会消耗一部分能量（如一部分电能转换成了热能）。如果现在物体换成一个苹果，它长在距离地面高度为h_0的树枝上。当它掉落时，随着高度的降低，它也获得了一个取决于时间t的速度$v(t)=-dh/dt$。最终它获得的动能为$W_{cin}=mv^2(t)/2$。能量守恒定律告诉我们总的能量是恒定的，即为$mgh(t)+mv^2(t)/2$。因此，它对时间的导数为零。所以有$mgv(t)=mv(t)dv(t)/dt$为常数。经化简可得：$dv(t)/dt=g$，常数g就是加速度。

图 1 牛顿发现万有引力定律前的瞬间

据说在 17 世纪，英国人艾萨克·牛顿（Isaac Newton）在冥想德国人约翰-开普勒几年前解决的行星运行问题时，观察到一个苹果掉落（图 1）。突然，他灵光一闪：苹果的掉落和行星围绕太阳旋转所描述的椭圆不正是一个普遍现象的两个方面吗?牛顿的直觉经计算结果得以证实：两个质量为m和m'的物体在距离r时，相互吸引的力F等于Gmm'/r^2，其中G是引力常量。同样地，如果这两个物体是太阳和地球，或者是地球和月球，又或者是苹果和地球，它们之间的引力都会满足以上计算。这种现象叫做**万有引力**。与这个力F对应的势能为$W_{pot}=-Gmm'/r$。它是在最初两个物体相距无限远的情况下，把它们拉近在一起时力F做的机械功。换句话说$F=-dW_{pot}/dr$。引力是相互吸引的。通常规律是力会使势能减小。

图 2 画家弗拉戈纳尔创作的《秋千》。当秋千下落时，势能减少，动能增加。秋千上升时则相反。

苹果的坠落说明了总能量$W_{tot} = W_{pot} + W_{cin}$的守恒，这称为**机械能**。另一个例子如摇摆着的秋千(图 2)，我们可以观察到动能的增长伴随着势能的消耗，然后是相反的交替转变。类似的振荡可以通过在螺旋弹簧上附加一个质量(无需太重)来实现。让我们轻轻拉一下弹簧，然后释放：它会收缩，然后拉伸，再收缩，如此往复。这里我们再回顾一下，势能和动能的总和是恒定的，或者说至少在弹簧不吸收能量的情况下是恒定的(有可能部分能量会转变成热量)。这里的势能W_{pot}本质是**弹性势能**，与弹簧长度到平衡点之差δz的平方成正比：$W_{pot} = \gamma \delta z^2$。

因此，根据不同的情况，能量可以用不同的公式表示。通常情况下，我们更倾向于用提供或吸收的**功率**来表示，即单位时间内的能量。因此，如果把一个电器(例如电梯)连接到电压为V =220V 的电源上，流经的电流为I，其消耗的功率则为$W = VI$。如果电梯爬升需要的时间为t=20 秒，那么我们需要向电力供应商支付电量为VIt的费用。

1.2. 热能

然而，供应商提供的能量不只用于运行发动机，还能加热。因为我们可以将其转化为热量。空气储存的热量本质上是分子的动能之和(对于速度v和质量m的$\tilde{n}$个分子，总动能为$\tilde{n}mv^2/2$)。由于我们很难知道房间里包含的几百万亿个分子的速度，所以我们更倾向于说一个物体储存的热量是其**温度**和**压力**的函数，这个函数至少是可以大致估算出来(有关介绍，请参见“压力、温度和热量”)。

因此，我们可以回到上面提到的例子，并问问我们自己，如果我们不设法维持弹簧和秋千的运动，为什么它们会很快停止运动呢？这是因为存在摩擦生热，虽然我们并没有注意到这一现象。所以，能量仍是守恒的，不过有部分能量会**损耗成热**。

1.3. 物质——电能和核能的储存器

在牛顿发现万有引力定律一个世纪以后，法国物理学家查尔斯-库仑对两个电荷 q 和 q' 之间的相互作用建立了类似的定律。力与乘积 qq' 成正比，与距离的平方成反比[1]。但是，不同于质量，电荷可以是正的，也可以是负的。因此，如果两个电荷符号相反，则是吸引力，但如果符号相同，则是排斥力。

在电池或其他发电机中，正电荷分布在正极，负电荷分布在负极。在电场中移动的电子或任何其他电荷 q' 会具有势能，它可以转化为热能(在电阻中)或机械能(在电动机中)。**电势**可以通过势能除以电荷 q' 得到。它相当于重力场的 gh。如果电势差为 V，对应可用的能量为 Vq'，消耗的功率是 VI，其中电流 I 是单位时间内通过两极间电路的电荷。

除了在电学上的表现形式以外，这种"**库仑**"相互作用也是材料稳定性的原因。带**正电荷**的原子核会吸引**电子**，从而形成原子，而原子本身也会相互吸引。此外，当发生化学反应时，它会导致原子核和电子的重组以及库仑能的改变，这被称为**化学能**。煤、汽油或氢气等燃料是化学能的储存容器，而这种化学能就是库仑能。上面提到的弹簧的弹性势能也是库仑相互作用的结果。

这里有一个有趣的练习。比较电子和质子在 0.1nm 距离的引力 $Fg = Gmm'/r^2$ 和库仑力 $F_{el} = qq'/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ 大小。其中，引力常数为 G=6.67×10^{-11} Nm^2/kg^2，质量分别为 $m = 1.67\times10^{-27}Kg$ 和 $m = 0.91\times10^{-30}Kg$。由此我们推导出 $Fg = 10^{-47}N$。此外，$1/(4\pi\varepsilon_0)$=9×10^9 Nm^2/C^2，载荷用**库仑**(C)表示。质子的电荷与电子的电荷相反，即 $q = -q' = 1.6\times10^{-19}C$，所以 $F_{el} = 2.3\times10^{-8}N$，我们看到引力完全可以忽略不计，因为库仑力是引力的 2.3×10^{39} 倍！

在**原子核**内，也存在**核**相互作用，这些相互作用距离非常短，仅在这些**原子核**内才变得明显。它们将**核子**，即**质子**和**中子**结合在一起。因此，我们可以通过结合轻核来释放巨大的能量(这就是氢弹中**核聚变**的原理)。巨大的能量也可以通过分裂重核(如铀)来获得，这会在原子弹或核反应堆中**核裂变**时发生。然后质子

间作用力以排斥力为主导并释放库仑能(见"放射性与核反应")。在这两种情况下，核电势能或库仑势能都转化为原子核的动能，继而转化为热能。

1.4. 光能

还有另一种形式的能量：由光和更普遍的**电磁辐射**携带的能量。它受到**量子力学**和**相对论**这些奇特定律的制约。量子力学要求光能只能以有限的数量或**光子**被吸收，每个光子具有的能量为hv，其中v是频率(与颜色有关)，h是普朗克常数。相对论使我们尝试能够理解光子可以同时具有能量，且质量m为零。如果动能为$mv^2/2$， 而m=0，即使光子的速度$c=300,000km/s$，它的能量也应该为零。爱因斯坦发现了解决这个问题的方法：与光速相比，公式$W_{cin}=mv^2/2$只是对较小速度v有效的近似。正确的(相对论)公式导致接近光速时能量无限增加，所以像光子这样质量为零的粒子在光速下能量不为零。

爱因斯坦的另一个发现是一个质量为m的粒子即使在静止状态下(如果v=0)也拥有一个能量，它等于$W=mc^2$。这就是著名的爱因斯坦方程[2]，它得到了核物理学的证实：如果两个轻核结合成一个较重的核，并伴有能量辐射。那么大核比两个小核的质量之和轻一点，其差值就等于辐射的能量。这就是氢弹的奥秘。

2. 单位和量级

能量的单位是什么?在国际体系中，它的单位是**焦耳**。它也等于kgm^2/s^2。国际体系中另一个重要的单位是**瓦特**(符号W)，它是功率的单位。提供或消耗的功率是指单位时间内提供或消耗的能量。因此，一瓦特等于一焦耳/秒。

例如，如果将质量为$m=200kg$的电梯升至高度为$h=10$m的三楼，需要消耗(假设电梯完全不浪费任何能量)能量$W=mgh$，其中g=9.81m/s^2。这大约是20000焦耳。

全球每年消耗的能量约为0.6×10^{21}J，这相当于太阳在地球上辐射的总能量的1/10000，但却占所有陆地生命之源光合作用总能量的近1/5。至于地球自转的动能，则在10^{29}J左右。

出于各种各样的原因，物理学家、化学家和工程师经常使用除焦耳以外的其他单位。例如，电力供应商以**千瓦时**(kWh)作为收费单位。它的换算很简单：1

小时=3600 秒，所以 1 千瓦时=360000 瓦特·秒=3600000 焦耳，因此我们上面提到的 20000 焦耳就是(2/360)千瓦时，或者说是略高于 0.005 千瓦时。经济学家经常使用**吨油当量**(toe)：它是指燃烧一吨油平均产生的热量，约为42×10^{9}焦耳。

另一方面，物理学家经常使用**电子伏特**(eV)及其倍数(KeV，MeV，GeV)或亚倍数(milli-ev 或 meV)。电子伏特是指电子通过一伏特的电势差的能量变化。**伏特**(V)是电动势的单位，因此它等同于焦耳/库仑。电子的电荷量为1.6×10^{-19} C，则可得$1eV=1.6\times10^{-19}$库伦·伏特$=1.6\times10^{-19}$ J。

但是，有些科学家也使用其他单位，诸如：

- **卡路里**，常被用来测量热量。它的值等于 4.18 焦。
- **开尔文**，它必须乘以玻尔兹曼常数才能得到焦耳(见"压力、温度和热量")。

3. 没有能量就没有生命

3.1. 植物的贡献

在地球上，生命的出现是一个奇迹。这要归功于各种有利条件的特殊组合(见"生物圈，主要的地质行为者")，其中太阳的能量发挥了重要作用。这种能量是核能，是轻核聚变的结果，但它以光辐射的形式来到我们身边。它的作用首先是维持适当的温度，但远不止于此。阳光的一个特殊作用是**光合作用**。植物因光合作用才产生了动物所需的氧气。这个化学反应的顺序很复杂，但可以概括如下：

$$6CO_2+6H_2O\rightarrow C_6H_{12}O_6+6O_2$$

因此，植物产生氧气O_2和葡萄糖$C_6H_{12}O_6$。葡萄糖对植物来说是一种能量储备，对于需要能量的人类也是如此。植物将间隙性的太阳能转化成了可以储存起来并能随时随地使用的化学能，为人类做出了重大贡献。

3.2. 人类征服了能源

那么，该如何利用这些化学能量呢?通过吃掉植物来吸收能量是一个很好的解决办法，任何动物都能做到这一点。但只有一种动物做得最好，那便是人类。我们有很多方法，首先在几十万年前就掌握了对火的驯化，再近一些又掌握了陶

瓷制造和冶金技术(已发现的最古老的冶金遗迹可追溯到大约 1 万年前)。

图 3 唐·吉诃德和磨坊，古斯塔夫·多雷的雕刻作品

人类可以利用水的能量，在公元前不久就出现了水车。人类还会利用风的能量，中世纪作家塞万提斯喜欢写风车(图 3)。在奴隶制出现在殖民地之前，这些工业机器可能促成了基督教世界奴隶制的衰落。直到 19 世纪热机普及之前，这些工业机械一直发挥着巨大作用，实际上，17 世纪热机已经成为研究对象，18 世纪出现了第一个原型。热机对介质(如水)进行加热，并将热能从这个"热源"转移到"冷源"。我们可将其中的部分热能转化为机械能或电能。遗憾的是，只有部分热能可以转化。当冷热源之间的温差较大时更是如此(链接到热力学文章) 。

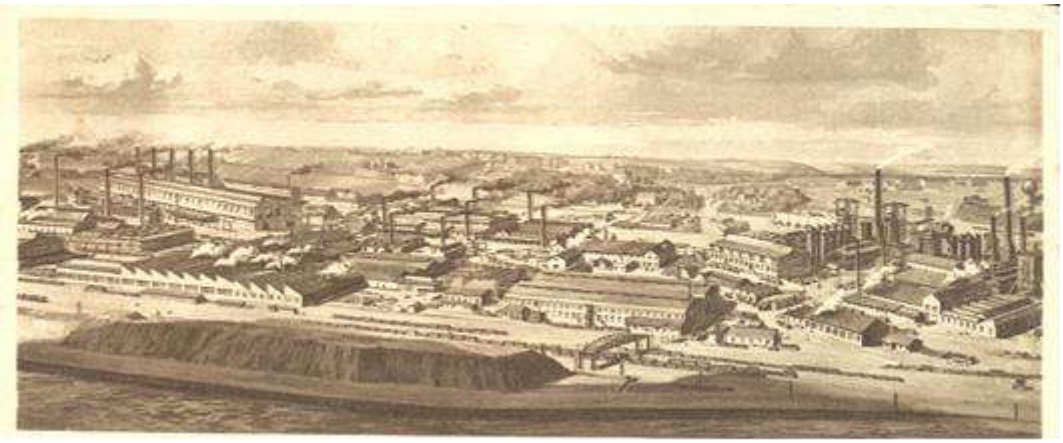

图 4 1880 年鲁尔的亨利希冶炼厂[来源：威斯特法伦州利佩工业博物馆 http：//www.zeitreise-ruhr.de/chronik/420-politische_wirtschaftliche_entwicklung_1850-1890.html]

19 世纪，工业开始改变景观，工厂的烟囱开始排放污染物，令人堪忧(图 4)。19 世纪是以安培、伏特、法拉第、麦克斯韦的发现为标志的世纪，是对**电学**有重大研究进展的世纪。20 世纪下半叶，工业用电开始普及。电力比 19 世纪的燃煤装置污染小，然而 20 世纪的电是如何生产的呢?往往还是用煤，煤是污染源的代名词。另外，我们还利用从山上流下来的水的势能(本文开头所说的量 mgh)进行水力发电。但这不足以满足日益增长的人口和能源需求。

3.3. 核能的控制

20 世纪下半叶开始利用**核能**。也是这种能源迫使日本于 1945 年投降。核反应堆的原理和 1945 年出现的原子弹原理是差不多的(见"利用核能")：重核（例如，{注释：一种元素的同位素是指具有相同质子数（若原子处于电中性状态也有相同的电子数)，不同中子数的原子核。元素的同位素具有相似的化学性质(由电子决定)，但核反应的性质不同。{end-tooltip}^{235U} ）铀的同位素 235U 受到中子的轰击分裂成两个较轻的原子核，辐射出若干中子(约 3 个)。如果铀块不大，中子就会逃逸到大气中，不会发生事情。如果铀块超过一定的临界质量，中子就有可能引起进一步的裂变，发生链式反应，释放出越来越多的热能，最终发生爆炸。爆炸结束了核反应，并造成不同程度的重大毁伤。对于原子弹，我们要确保其损毁力愈大愈好。但是，对核反应堆，我们要努力控制**链式**反应，使其达到临界质量，但决不能超过临界质量。做到这一点并非易事，有时可能会造成事故，甚至会酿成惨剧。

除了使用重核裂变，我们还可以考虑如何使用轻核聚变。这就是氢弹的原理，也是太阳为我们提供照明和热量的原因。目前，我们还不知道如何控制核聚变反

应生产电力。事实上，如果轻核离得很近，它们倾向于结合，然后释放出巨大的能量。但在地球上，要让它们足够接近是极其困难的。太阳比地球大得多，引力产生了巨大的压力。在太阳的中心，压力将超过地球大气压的 2000 亿倍。在地球上，核聚变的工业化应用进展缓慢。当前阶段以 ITER 反应堆为代表，它将在未来几年内投入使用。我们希望利用 ITER 验证核聚变工业化项目的"可行性"。

3.4. 创新的替代办法

但是，我们依然面临着原材料短缺的风险。石油和天然气等非常方便获取的燃料储量很可能在 21 世纪末之前耗尽，至少是地下水层容易开采的这些储量。因此，我们正在寻找更多的潜在能源储备，比如蕴藏在岩石中的能源储量。美国坚定地致力于这条道路。法国是否效仿去开采页岩气？这个问题存在争议。因为它涉及到我们对地基的治理，可能会影响其稳定性。另一方面，资源的规模也尚不清楚。

- **生物燃料**是另一种可替代方案：种植植物不是用来食用，也不是喂养动物，而是用来制造酒精作为燃料。如果种植太多植物去生产酒精，也会对我们造成不利影响。我们要寻求一个最佳方案：必须保有一部分耕种土壤。正如几千年来一样，植物养育着我们，同时也补充着氧气。

- 更具创新性的是**燃料电池**[3]。类似于热机一样，燃料电池使用化学能，但它们直接将化学能转化成电能，而不需要将燃料提升至高温。因此这个过程更高效。

- **热泵**也是一种有趣的新方式。它可以用来供暖。将热量抽出输送到屋内进行加热。它与冰箱的功能相同，冰箱要从冷却的腔室中吸收热量并将其传输到外部。因此，热泵的操作就像冰箱的操作。这种热能的输送是消耗能量的，我们必须向电力供应商支付电力供给费用。比起完全转化为热能，如果我们购买的能源是供给热泵的，那应该会付较少价格，特别是在外面不是太冷的情况下。

- **木材加热**也是一种近期有很大改进的技术。在这个被使用了几个世纪的方法中，大部分燃烧的热量都被浪费了。目前，通过优化对所产生的热量的回收，可以达到更高的效率，同时也限制了烟雾污染。

3.5. 可再生能源

图 5 都兰谢尔的一个磨坊

大多数所谓的可再生能源直接利用太阳能或通过其它方式如：大气或水力运动而产生的。最常见的方法是利用河水(**水力**发电)或风(**风力**发电)。太阳能也可以直接被利用：我们可以利用太阳辐射来加热水。可以利用同样的热量来运转热能装置，产生电力。最后我们可以利用**光伏电池**，将太阳能转化为电力。同时还可以利用潮汐或者海浪发电。

这些技术大多有这么一个缺点：**间歇性**。如果有一天没有风，晚上也没有太阳，那么必须想办法储存能量。但是，如果我们生产了电，除了难以存储之外，这种形式的能量可以满足我们所有的需求。因此它必须转换为机械能或化学能储存起来。例如，我们可以在白天把水坝的水抬升起来，晚上再把水排放下去。或者全球范围内在白天对水进行电解生成氢气：$2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$。到了晚上，通过热机或燃料电池，逆向反应释放出能量。

图 6 伊泽尔省佩拉福尔的风力涡轮机[来源：Diverticimes, www.diverticimes.com]

一个更简单的解决办法是将太阳能直接转化为便于储存的化学能。自然界在光合作用这一点上做得非常好。可惜的是，对于非常重视生产速率的我们来说，这个过程有点漫长。**储能**的问题依然没有得到满意解决，这也是为什么目前太阳

能和风能与其他能源：煤炭、核能、石油，甚至与水电相比贡献很小的原因。

4. 环境付出了代价

能源生产设备最明显的影响首先是改变了景观。这种变化通常是温馨和谐的。风车和河边的磨坊都非常漂亮(图 5)。我们现在的风力发电机也同样优美(图 6)。然而，有人认为它们吓跑了一些动物，并严重威胁蝙蝠之类动物的生存，从而了危及生物多样性，乃至破坏生态平衡。

自 19 世纪末以来，无论从长远还是眼前来看，空气、水和土壤的事故或污染一直被归咎于工业的发展，能源的生产往往被视为直接原因。由于一些国家(美国、日本、法国等)的核电站数量很多，因此核电站事故特别令人关注。最严重的事故是 1986 年乌克兰切尔诺贝利事故，这场事故造成数千人死亡和大量人员伤亡。即使三十年过去了，周围被放射性污染的环境依然无法居住。溃坝至少同样危险，1959 年法国东南部的马尔帕塞大坝溃坝造成 400 多人死亡。建造这座大坝的目的并不是为了生产能源，而是为了调节该地区的供水。如果大地震来临，事故无法防范，所有大坝显然都面临风险。

虽然这些事故是偶发的，但工业污染却是长期存在的。最典型的是燃煤电厂的污染，分布最广的是汽车污染源，特别是在大城市中。其中，污染产生的二氧化硫（$S0_2$）会导致地衣消失，2000 年巴黎二氧化硫的浓度几乎是地衣所能忍受的两倍。在一些英美城市，雾霾是雾、尘和二氧化硫等气体的复合体。目前人们已经采取了一些防治措施，雾霾污染正在减轻。二氧化硫在形成硫酸后会与所接触的第一个有机体或无机体结合，消失得非常快。但二氧化碳（CO_2）不会这么快消失。二氧化碳在火力发电厂中通过燃煤或燃油以及运输(汽油燃烧)大量产生。植物会在其生命过程中高效分解它们，但在植物死亡后，它们会通过发酵使其分解的大部分二氧化碳又重新释放。CO_2也可被海水吸收一部分，但这只能限制大气中CO_2浓度的增加(图 7)。最终导致气候变化，特别是全球变暖(温室效应）。

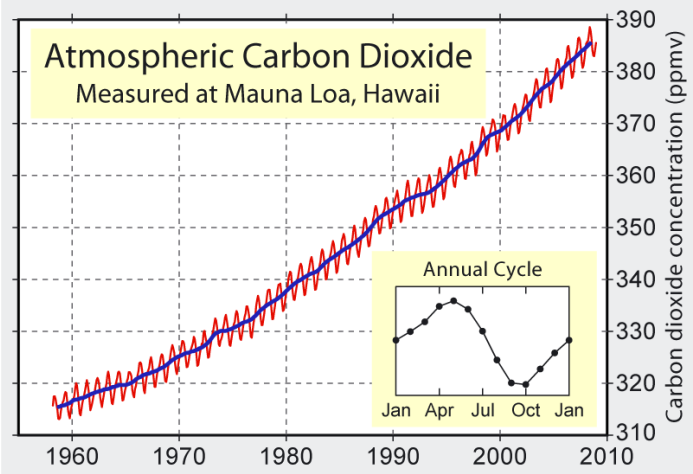

图 7 莫纳罗阿火山天文台的空气中二氧化碳浓度历经 57 年的演变。插入图详细说明了生长季节（4 月至 10 月）期间 CO_2 的季节性下降及其在北半球秋季/冬季的升高（在北半球，陆地植被更为重要）。[来源：德洛梅的个人工作。数据来自国家海洋和大气管理局（NOAA）地球系统研究实验室（ESRL）的皮特·坦斯博士和斯克里普斯海洋研究所的拉尔夫·基林博士]

二氧化碳在海洋中的积累，最终可能会扰乱海洋生物。除了这种污染以外，还有很多与能源没有直接关系的污染。

目前核电站是低污染的。但是，它们积累的放射性核废料已经开始造成新的问题(参见"利用核能")。另一方面，核电站往往建在河流两岸。河流是热机的冷源，因此也会造成局部地区变暖。

5. 如何减轻污染

- 开发可再生能源显然是可取的：主要是太阳能和风能。潮汐能和波浪能虽也值得开发，但可能有一定局限性。至于河流上的水坝也将很快达到利用的极限。太阳能和风能发展的主要障碍与其间歇性有关，因为储能问题目前没有令人满意的解决方案。不过，丹麦、德国等一些国家已经开展了"能源转型"项目以提高可再生能源的比重。它们的发展值得关注(图 8)。

- 此外，我们还应节约能源。首先，我们应该提高装置效率。

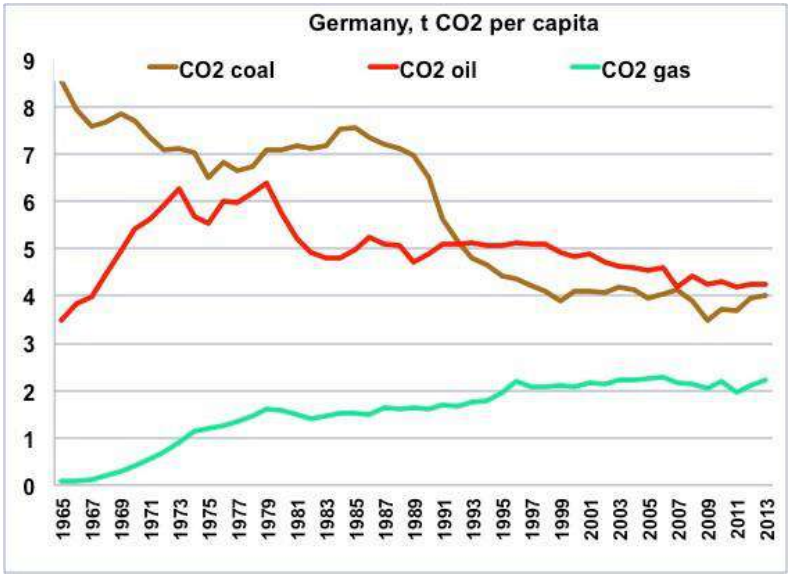

图 8 德国 1965 年至 2013 年人均化石燃料二氧化碳排放量。［来源：让-马克扬科维奇 – http://www.manicore.com/documentation/transition_germany.html］

- 人类造成的污染是可以减轻的。因此，在德国统一后，东德的旧式燃煤电厂被环保清洁的现代电厂所取代。此外，我们也看到祖先曾使用的木材取暖的效率也被显著提升。使用创新型设备，如热泵和燃料电池，也成为节约能源的一种方式。此外，我们需要转变生活方式。我们已经习惯于住得远离工作地点，这会浪费时间和能量。我们已经习惯于晚起晚睡，改变这种习惯会很困难，但却很有必要。在我们的城市中，大量居民出行已经重拾公交替代汽车出行以减轻雾霾。

- 最后，人们对经济增长的必要性提出质疑。我们的经济学家和政治家目前还没有设计出一种无需增加工作岗位和能源消耗的经济模式。经济增长是技术进步带来的，技术进步提高了产量，并且使越来越多的生产活动自动化。这样一来，一方面减轻了工人的劳动强度，另一方面如果经济不增长，也会导致失业率上升。能源消耗的增长还会产生上述提及的如污染、对气候和环境的影响等危害。此外，在一个资源有限并开始枯竭的地球上，增长能否无限期地持续下去?一些经济学家已经意识到并开始思考这个问题。

6. 未来什么样的能源适合我们?

那么资源在哪里?

石油和天然气够吗?现在不会用太久了：只算容易开采的地下水层也就几十年。也许

会有一天，我们的汽车只能是电动的，或者使用人工制备燃料(氢气)的。

煤的储量还够吗?仅算已探明的煤矿资源可以使用好几百年。但煤的开采带来的严重污染几乎是不可想象的，除非找到一种方法来"封存"所排放的二氧化碳。

铀可以用吗?我们可以用两、三百年，对增殖堆甚至可用几千年。但核废料的储存、旧电厂的拆除和安全要求将使能源变得更加昂贵。

我们该如何做?核聚变可以是一个解决方案。但可能要到 21 世纪末才能解决。可再生能源可以成为解决方案的一部分。节能也是一种方案。无论如何，能源转型是必要的，同时这也将极大地改变我们的生活。

参考资料及说明

封面图片：莱伊附近的风力涡轮机和高压线,英国[源自: 戴维-伊尔夫 CC BY-SA 3.0 许可证]。

[1]. 两个距离为 r 的电荷受力表示为$|qq'|/4\pi\varepsilon_0 r^2$（在真空中）并且对应的库伦势能等于$W_{el}=qq'/(4\pi\varepsilon_0 r)$。宇宙常数$\varepsilon_0$被称为真空中的介电磁导率（分母中的因子是由 20 世纪物理学家引入的，目的是带入其他公式便于相消）。

[2]. 根据相对论，一个质量为 m，速度为 v 的粒子的能量为$W(v)=mc^2/(1-v^2/c^2)^{1/2}$。因此其动能为$W_{cin}=W(v)-mc^2=mc^2/(1-v^2/c^2)^{1/2}-mc^2$ 。如果v/c 远小于 1，此式可以化简为$W_{cin}=mv^2/2$。

[3]. 夏特内和美拉德。燃料电池